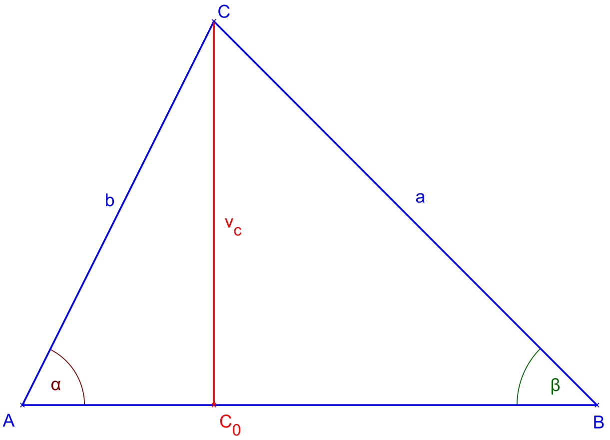
Sínusová veta

Riešiť všeobecný trojuholník znamená vypočítať všetky chýbajúce strany a uhly. Potrebujeme poznať tri údaje (avšak nie tri vnútorné uhly, lebo to by boli iba dva údaje → tretí môžeme sami vypočítať pomocou známych dvoch: súčet vnútorných uhlov je 180°), a ostatné sa dajú vypočítať.
Pri riešení všeobecného trojuholníka nemôžeme použiť Pytagorovu vetu, Euklidove vety a ani goniometrické funkcie ostrého uhla – aspoň nie na strany a vnútorné uhly. Dokreslením výšky vzniknú dva pravouhlé trojuholníky, v ktorých tie vymenované vzťahy už sa dajú využiť. Lenže v jednom kroku s nimi nedokážeme vypočítať chýbajúcu stranu alebo uhol. Potrebovali by sme vzťah, ktorý rieši tento problém.

Dokreslime do všeobecného trojuholníka jednu výšku (v_c) a vo vzniknutých pravouhlých trojuholníkoch (CAC_0 a BCC_0) využime goniometrické funkcie. Nakoľko výšku chceme eliminovať (odstrániť), tak tú spojíme so stranou do vzťahu ⇒ sínus vnútorného uhla. Potom z obidvoch vyjadríme výšku.



$\sin\alpha = \frac{v_c}{b}$ → $b.\sin\alpha = v_c$

$\sin\beta = \frac{v_c}{a}$ → $a.\sin\beta = v_c$

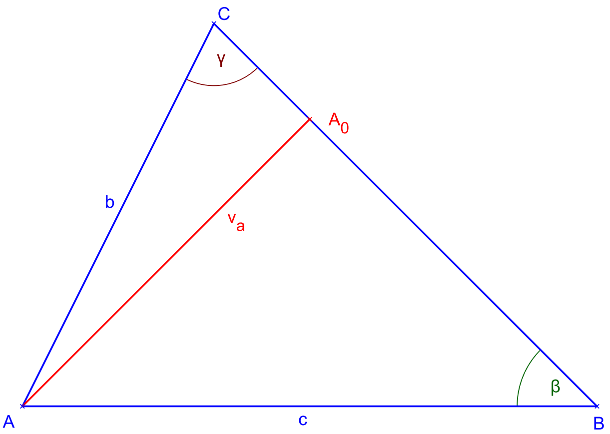
pravé strany sa rovnajú ⇒ aj ľavé sa rovnajú

$b.\sin\alpha = a.\sin\beta$ /:(sin α.sin β)

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{a}{\sin\alpha}$$

tento tvar je „rozumnejší“, lebo v zlomkoch sú protiľahlé prvky – strana delená sínusom protiľahlého uhla

Ak napíšeme podobné vzťahy pomocou inej výšky, dostaneme rovnosť iných dvoch podielov.



$\sin\beta = \frac{v_a}{c}$ → $c.\sin\beta = v_a$

$\sin\gamma = \frac{v_a}{b}$ → $b.\sin\gamma = v_a$

$c.\sin\beta = b.\sin\gamma$ /:(sin β.sin γ)

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{b}{\sin\beta}$$

V. V trojuholníku pomer strany a sínusu protiľahlého uhla je konštantný. Ten podiel sa rovná priemeru opísanej kružnice.

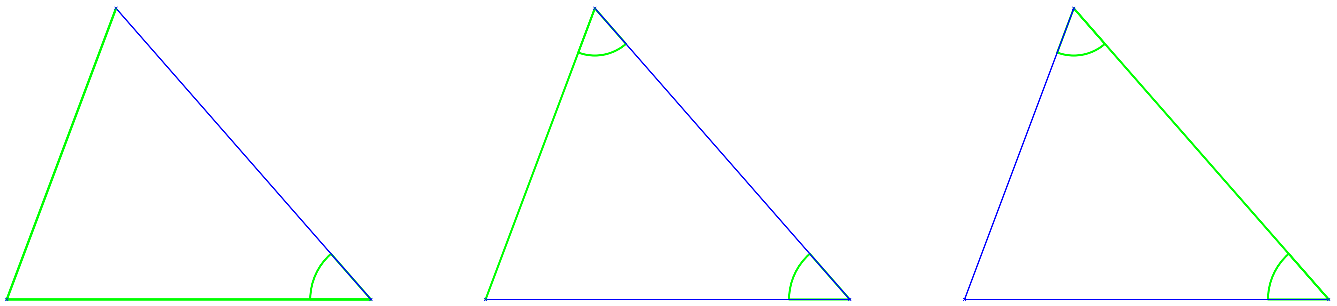
$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$$

P. Pri riešení všeobecného trojuholníka vždy využijeme rovnosť dvoch podielov. Ak uhol ideme počítať, lepšie písať hneď prevrátený tvar.

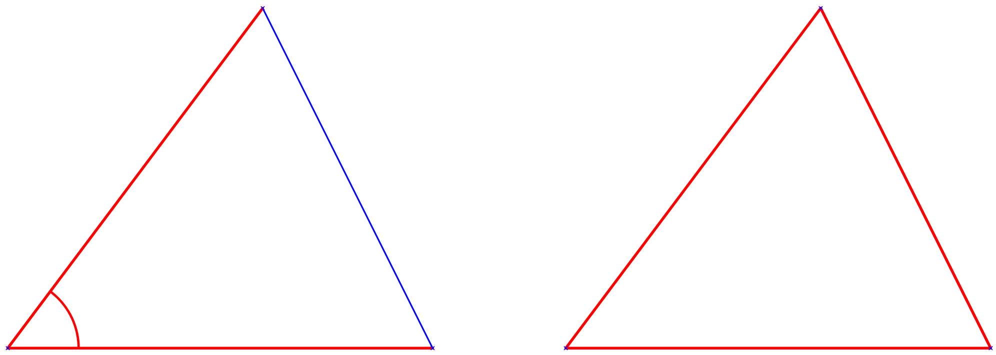
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} = \frac{\sin\gamma}{c}$$

Kedy môžeme sínusovú vetu využiť? Ak poznáme jednu dvojicu protiľahlých prvkov (aj keď jediná známa strana je oproti tretieho neznámeho uhla → vypočítame ho zo súčtu vnútorných uhlov):

a; b; α	a; b; β	a; c; α
a; c; γ	b; c; β	b; c; γ
a; α; β	a; α; γ	a; β; γ
b; α; β	b; α; γ	b; β; γ
c; α; β	c; α; γ	c; β; γ



Kedy nemôžeme sínusovú vetu využiť? Ak poznáme dve strany a nimi zovretý uhol alebo všetky tri strany.



Potom ako postupovať a riešiť všeobecný trojuholník v týchto prípadoch? Tento problém rieši ďalšia veta – veta kosínusová.