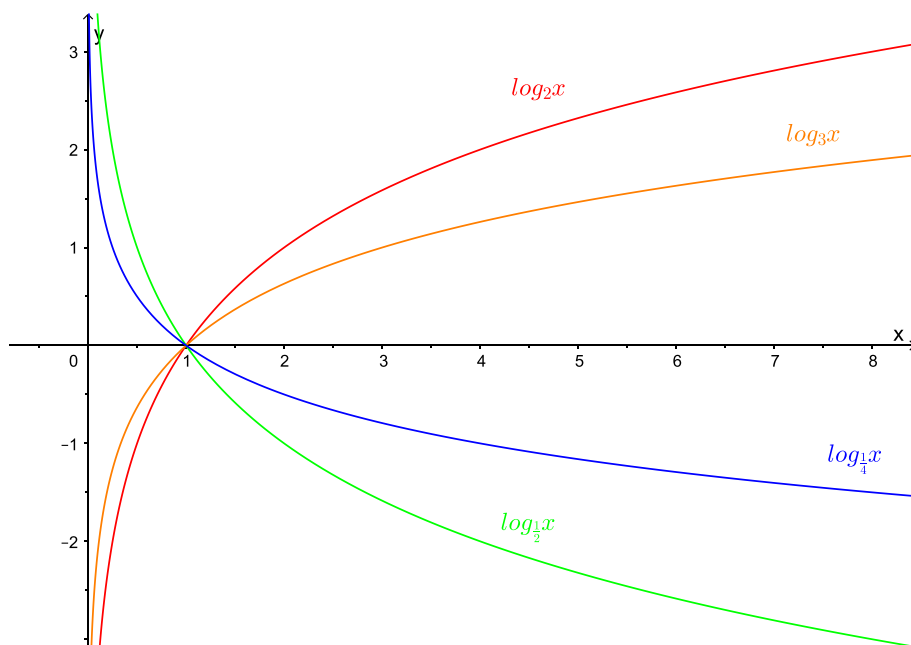


A logaritmusfüggvény (Logaritmická funkcia)

D. A **logaritmusfüggvény** az exponenciális függvény inverz függvénye. (Az exponenciális függvény a logaritmusfüggvény inverze.) A logaritmusfüggvény alapja megegyezik az exponenciális függvény alapjával.

$f: y = \log_a x$ $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\} = (0; 1) \cup (1; \infty)$
 „ a alapú logaritmusfüggvény“

x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	y
2^x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	$\sqrt{2}$	2	4	8	$\log_2 x$
3^x	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	3	9	27	$\log_3 x$
$\left(\frac{1}{2}\right)^x$	8	4	2	$\sqrt{2}$	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\log_{\frac{1}{2}} x$
$\left(\frac{1}{4}\right)^x$	64	16	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{64}$	$\log_{\frac{1}{4}} x$



$D_f = \mathbb{R}^+ = (0; \infty)$

$H_f = \mathbb{R}$

G. logaritmus görbe

M. $0 < a < 1$ esetén m.↓

$a > 1$ esetén m.↑

Z.H. $X(1; 0)$

Sz.É. nincs

K.P. $(1; 0)$

D. Egy **b szám logaritmusa** egy olyan **x** kitevő, hogyha a logaritmus **a** alapját erre az **x** kitevőre emelem, megkapom a **b** számot.

$$\log_a b := x \Leftrightarrow a^x = b \Rightarrow a = \sqrt[x]{b}$$

a logaritmus alapja – **a**

a logaritmus argumentuma – **b**

logaritmus – **x**

Ha egy szám logaritmusát keressük, az alábbi kérdést kell feltennünk: „mire kell emelnem az alapot, hogy megkapjam az argumentumot “

pl. $\log_2 128 =$

„kettő a mennyiediken lesz egyenlő 128“ – a válasz: 7

tehát $\log_2 128 = 7$, mert $2^7 = 128$

tíztes alapú vagy Briggs-féle logaritmus: $\log x = \lg x = \log_{10} x$

természetes alebo Napier-féle logaritmus: $\ln x = \log_e x$

$$\ln x = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{(x-1)^n}{n} \pm \dots = \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i+1} \frac{(x-1)^i}{i}$$

$$\ln x = \frac{x-1}{x} + \frac{(x-1)^2}{2x^2} + \frac{(x-1)^3}{3x^3} + \frac{(x-1)^4}{4x^4} + \dots + \frac{(x-1)^n}{nx^n} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(x-1)^i}{ix^i}$$

T. $a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}; x, y > 0$

a, szorzat logaritmus egyenlő a tényezők logaritmusának összegével

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

b, hányados logaritmus egyenlő a számláló és a nevező logaritmusának különbségével

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

c, hatvány logaritmus egyenlő a hatványalap logaritmusának kitevőszerezésével

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

d, gyök logaritmus egyenlő a gyök alap logaritmusának gyökkitevőedével

$$\log_a \sqrt[n]{x} = \frac{\log_a x}{n}$$

további tulajdonságok:

$$a^x = e^{x \cdot \ln a}$$

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

átmenet természetes alapra

$$\log_a a^x = x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$