

Kvadratické nerovnice

po úpravách: $a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ [$<$; $\leq$; $>$; $\geq$] 0 $a; b; c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$

čiže: $f(x)$ [$<$; $\leq$; $>$; $\geq$] 0
jeden zo štyroch
symbolov

1. najprv riešime ako rovnicu
2. vyznačíme na číselnej osi body/bod ktorými prechádza parabola (dotýka sa, alebo nemá spoločný bod)
3. podľa znamienka hlavného koeficientu (a) kreslíme parabolu s ramenami smerom hore ($a > 0$), alebo smerom dole ($a < 0$)
4. podľa smeru upravenej nerovnice hľadáme časť(-ti) paraboly nad x -ovou osou [$f(x) > 0$]; alebo pod x -ovou osou [$f(x) < 0$] – resp. spoločné s osou, ak je tam aj „=“

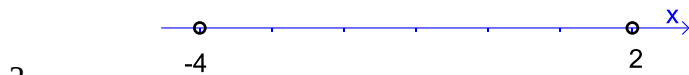
P. Ak rovnica nemá riešenie, celá parabola je buď nad x -ovou osou ($a > 0$), alebo pod ($a < 0$).

príklad:

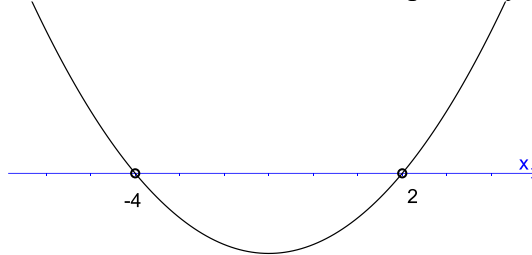
Riešte kvadratickú nerovnicu: $x^2 + 2x - 8 > 0$

1. $x^2 + 2x - 8 = 0$

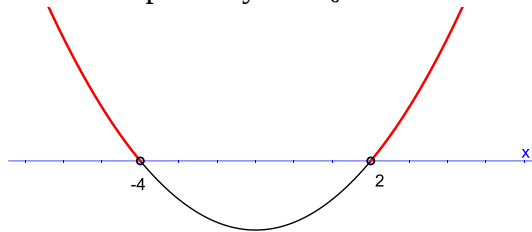
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2} = \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow -4 \end{matrix}$$



3. $x^2 \rightarrow a = 1$, takže $a > 0 \Rightarrow$ ramená paraboly smerujú hore



4. $f(x) > 0 \Rightarrow$ časť paraboly nad x -ovou osou

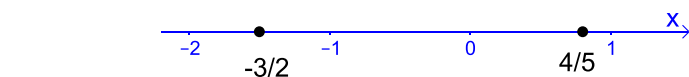


$$x \in (-\infty; -4) \cup (2; \infty)$$

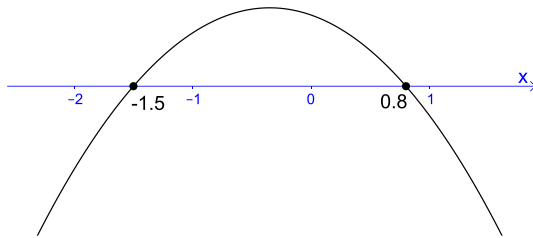
Riešte kvadratickú nerovnicu: $-10x^2 - 7x + 12 \geq 0$

1. $-10x^2 - 7x + 12 = 0$

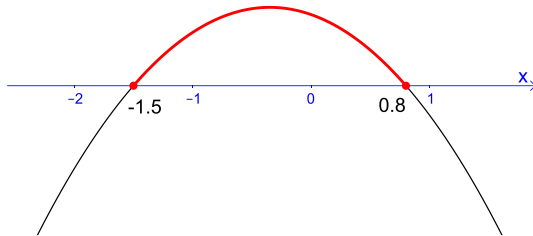
$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot (-10) \cdot 12}}{2 \cdot (-10)} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 480}}{-20} = \frac{7 \pm 23}{-20} = \begin{matrix} \nearrow -\frac{3}{2} \\ \searrow \frac{4}{5} \end{matrix}$$



3. $-10x^2 \rightarrow a = -10$, takže $a < 0 \Rightarrow$ ramená paraboly smerujú dole



4. $f(x) \geq 0 \Rightarrow$ časť paraboly nad x -ovou osou a osovú body



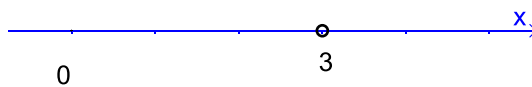
$$x \in \left(-\frac{3}{2}; \frac{4}{5}\right)$$

Riešte kvadratickú nerovnicu: $-2x^2 + 12x - 18 < 0$

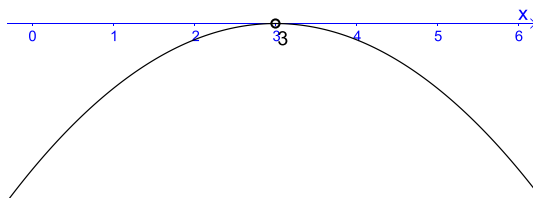
1. $-2x^2 + 12x - 18 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 18}}{2 \cdot (-2)} = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 144}}{-4} = \frac{-12 \pm 0}{-4} = 3$$

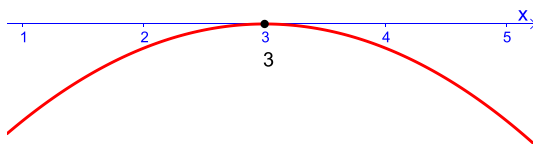
2.



3. $-2x^2 \rightarrow a = -2$, takže $a < 0 \Rightarrow$ ramená paraboly smerujú dole



4. $f(x) < 0 \Rightarrow$ časť paraboly pod x -ovou osou

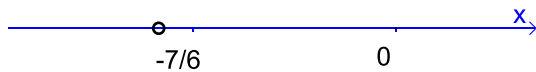


$$x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

Riešte kvadratickú nerovnicu: $3x^2 + 7x + 6 \leq 0$

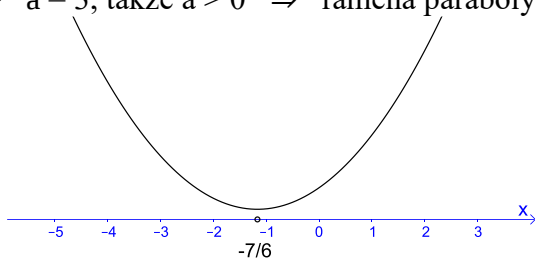
1. $3x^2 + 7x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 6}}{2 \cdot 3} = \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 72}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{-23}}{6} \rightarrow \text{rovnicu nemá riešenie v } \mathbb{R}$$

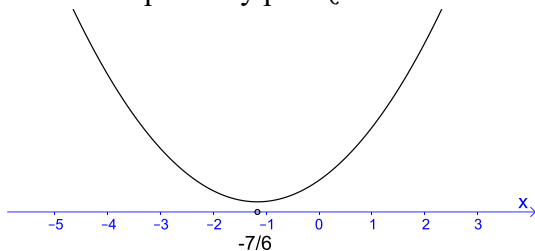


2.

3. $3x^2 \rightarrow a = 3$, takže $a > 0 \Rightarrow$ ramená paraboly smerujú hore



4. $f(x) \leq 0 \Rightarrow$ časť paraboly pod x -ovou osou a osovú body

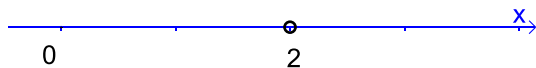


$x \in \emptyset$

Riešte kvadratickú nerovnicu: $-x^2 + 4x - 5 < 0$

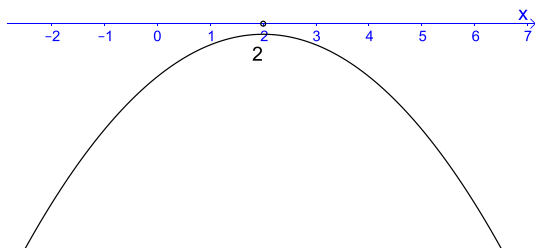
1. $-x^2 + 4x - 5 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{-2} \rightarrow \text{rovnicu nemá riešenie v } \mathbb{R}$$

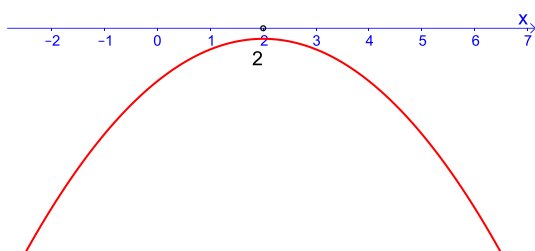


2.

3. $-x^2 \rightarrow a = -1$, takže $a < 0 \Rightarrow$ ramená paraboly smerujú dole



4. $f(x) < 0 \Rightarrow$ časť paraboly pod x -ovou osou



$x \in \mathbb{R}$

Riešte v množine $\mathbb{R}$ dané nerovnice:

a, $2x^2 < 0$

b, $-x^2 \leq 0$

c, $-2(x - 1)^2 \leq 0$

d, $7x^2 + 1 > 0$

e, $-3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 > 2$

Riešte v množine $\mathbb{R}$ dané nerovnice:

a, $x^2 + 2x - 15 > 0$

d, $-x^2 + 2x - 3 \leq 0$

b, $x^2 + 2x - 3 \leq 0$

e, $9x^2 - 12x + 4 \leq 0$

c, $-x^2 + 4x - 4 > 0$

f, $-16x^2 + 32x - 7 \geq 0$