

Lineáris egyenlőtlenség-rendszerek (Sústavy lineárných nerovnic)

D. Egyenlőtlenség-rendszernek nevezzük legalább két egyenlőtlenség összességét.

M. Ezek általában egyismeretlenesek, de vannak többismeretlenes egyenlőtlenség-rendszerek is. Mi csak egyismeretlenesekkel foglalkozunk.

egy szám megoldása az egyenlőtlenség-rendszernek (číslo je riešením sústavy nerovnic) – behelyettesítve a rendszer összes egyenlőtlenségébe, mindegyikben érvényes az állítás

megoldani az egyenlőtlenség-rendszert (riešiť sústavu nerovnic) – megkeresni az összes megoldást

megoldáshalmaz (množina riešení) – az egyenlőtlenség-rendszer megoldásait tartalmazó halmaz

az egyenlőtlenség-rendszer ekvivalens átalakítása (ekvivalentná úprava sústavy nerovnic) – a rendszernek az átalakítás előtt és után pontosan ugyanaz a megoldáshalmaza → nem adódik hozzá és nem tűnik el megoldás

ekvivalens átalakítások:

- az egyenlőtlenség-rendszer egyenlőtlenségének mindkét oldalához **hozzáadhatjuk** ugyanazt a számot vagy kifejezést → tagok átvitele az egyenlet egyik oldaláról a másikra
- az egyenlőtlenség-rendszer egyenlőtlenségének mindkét oldalát **megszorozhatjuk** ugyanazzal a **nullától különböző** számmal vagy kifejezéssel úgy, hogy amennyiben negatív számmal vagy kifejezéssel szorzunk, akkor megfordul az egyenlőtlenség iránya (meg kell fordítani a jelet) → törtek és együtthatók eltüntetése
- az egyenlőtlenség-rendszer egyenlőtlenségeit összeadhatjuk (összevonhatjuk): a kisebbik oldalt a kisebbikkel, a nagyobbat a nagyobbbal → az ismeretlenek számának redukálása (az ismeretlenek számának csökkentése – egyszerre akár többet is) vagy az ismeretlen eliminálása (eltüntetése)

M. Az utóbbi átalakításnak csak többváltozós egyenlőtlenség-rendszernek van értelme.

M. Még egy „átalakítás”: megváltoztathatjuk az egyenlőtlenség-rendszer egyenlőtlenségeinek sorrendjét.

ellenőrzés/próba (skúška správnosti) – a megoldásokból behelyettesítünk az eredeti egyenlőtlenség-rendszer egyenlőtlenségeibe (mindegyik egyenlőtlenségbe) → ha érvényes az állítás mindegyikben, akkor megoldás, egyébként nem.

M. Tetszőleges egyenlőtlenség-rendszer típusnál a teljes megoldás mindig tartalmazza az ellenőrzést (próbát) is.

az egyenlőtlenség-rendszerek osztályozása:

az **egyenlőtlenségek száma szerint**: két-, három-, ... egyenlőtlenségből álló rendszer

az **ismeretlenek száma szerint**: két-, három-, ... ismeretlenes egyenlőtlenség-rendszer

a **fokszám szerint**: lineáris, másodfokú, ...

Még néhány szó az egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenség-rendszer megoldásainak számáról. Egy ilyen rendszernek lehet:

a, végtelen sok megoldása (egy intervallum) – a példák zöme

b, egy megoldás – az eredmények metszete csak egy szám

c, nincs megoldása – vagy az eredmények metszete üres halmaz, vagy valamelyik egyenlőtlenségnek nem volt megoldása

M. Ha az egyenlőtlenség-rendszert egy speciális halmazon kell oldanunk, előfordulhat egyéb véges szám is.

Hogy járjunk el egy ilyen egyenlőtlenség-rendszer megoldásánál? Oldjuk meg mindegyik egyenlőtlenséget külön, utána pedig határozzuk meg grafikusan a metszetüket.

példa:

Az adott egyenlőtlenség-rendszereket oldjuk meg az $\mathbb{R}$ halmazon:

$$\begin{aligned} \text{a, } & 2x - 3 < 4x + 5 \\ & x - 1 \geq 2x + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c, } & 3(7 + 2x) \leq x \\ & x + 2 < 0 \end{aligned}$$

$$\text{e, } 4 \leq -2x + 6 \leq 4(x + 2)$$

$$\begin{aligned} \text{b, } & 2(x + 4) \geq x + 1 \\ & 7 < 3x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d, } & 6(3x - 5) > 15x - 1 \\ & 5,2x \leq 4(x + 0,6) \end{aligned}$$

a,

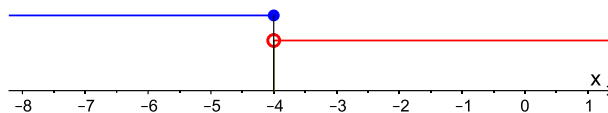
$$\begin{aligned} 2x - 3 &< 4x + 5 & /-2x - 5 \\ -8 &< 2x & /:2 \end{aligned}$$

$$-4 < x$$

$$x - 1 \geq 2x + 3$$

$$-4 \geq x$$

$$/-x - 3$$



nincs megoldása

b,

$$2(x + 4) \geq x + 1$$

$$2x + 8 \geq x + 1$$

$$x \geq -7$$

$$7 < 3x - 2$$

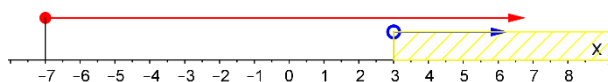
$$9 < 3x$$

$$3 < x$$

$$/-x - 8$$

$$/+2$$

$$/:3$$



$x \in (3; \infty)$

c,

$$3(7 + 2x) \leq x$$

$$21 + 6x \leq x$$

$$21 \leq -5x$$

$$-\frac{21}{5} \geq x$$

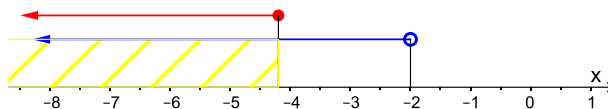
$$x + 2 < 0$$

$$x < -2$$

$$/-6x$$

$$/:(-5)$$

$$/-2$$



$x \in \left(-\infty; -\frac{21}{5}\right]$

d,

$$6(3x - 5) > 15x - 1$$

$$18x - 30 > 15x - 1$$

$$3x > 29$$

$$x > \frac{29}{3}$$

$$0,2x \leq 4(x + 0,6)$$

$$5,2x \leq 4x + 2,4$$

$$1,2x \leq 2,4$$

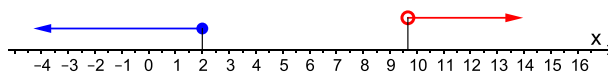
$$x \leq 2$$

$$/-15x + 30$$

$$/:3$$

$$/-4x$$

$$/:1,2$$



nincs megoldása

e,

$$4 \leq -2x + 6$$

$$-2 \leq -2x$$

$$1 \geq x$$

$$/-6$$

$$/:(-2)$$

$$-2x + 6 \leq 4(x + 2)$$

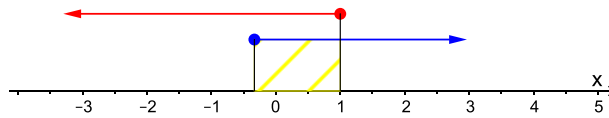
$$-2x + 6 \leq 4x + 8$$

$$-2 \leq 6x$$

$$-\frac{1}{3} \leq x$$

$$/+2x - 8$$

$$/:6$$



$$x \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right)$$

Az adott egyenlőtlenség-rendszereket oldjuk meg az $\mathbb{R}$ halmazon:

a, $x + 1 < 3x + 3$

$x > 18$

c, $2(5x - 0,2) \geq x$

$x + 3 \geq 0$

b, $3(-x + 2) \geq x - 1$

$3 < 2x + 1$

d, $5(x + 1) < 13x + 0,1$

$0,1x < 5(x - 0,3)$

Az adott egyenlőtlenség-rendszereket oldjuk meg az $\mathbb{R}$ halmazon:

a, $-3 \leq 2(x + 2) \leq 6$

b, $2 \leq 3x + 1 \leq 4$

c, $0,6 < 5x - 1 \leq 0,7$

d, $3(x - 2) + 0,1 < 0,2x$

e, $-2 < -x + \frac{2}{3} \leq 2(x + 1)$

f, $2(\sqrt{2}x + \sqrt{3}) > -\sqrt{3}$

$\frac{1}{3}(x + 3) \geq 0,2$

$13(x + 1,1) > -x$

g, $-7x - 1 \leq 6(0,2x - 3,1) < x + 1,2(x + 1)$

Az egyenlőtlenségeket oldjuk meg az $\mathbb{R}$ halmazon:

a, $\frac{3-4y}{2y-3} < 0$

b, $\frac{14-x}{x-5} > 0$

c, $\frac{2x-3}{3x+5} \leq 0$

d, $\frac{-2x+3}{x-1} > 0$

Az egyenlőtlenségeket helyettesítsük egyenlőtlenség-rendszerekkel.